EXERCICE N°5 : 20' 4 points

On donne les points $A(2,1,-1)$; $B(-1,1,-1)$; $C(1,2,0)$ et $E(4,-3,2)$.

1°) a) Calculer le composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points *A*, *B* et *C* ne sont pas alignés.

c) Calculer l'aire du triangle *ABC*.

2°) Soit *P* le plan d'équation : $2x + y - 5z - 4 = 0$ et Δ la droite d'équation cartésienne :

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = z - 1.$$

a) Déterminer l'intersection de *P* et Δ.

b) Vérifier que la droite (*BC*) est incluse dans *P* et que Δ passe par le point $E(4,-3,2)$.

3°) a) Soit le point $D(-2,3,-1)$. Montrer que les points *A*, *B*, *C* et *D* ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume du tétraèdre *ABCD*.

4°) Déterminer l'ensemble des points *M* de ξ tel que : $\left(\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{AM}\right) \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

EXERCICE N°6 : 15' 3 points

On donne les quatre points *A*, *B*, *C* et *I* de coordonnées respectives :

$A(-1,2,1)$; $B(1,-6,-1)$; $C(2,2,2)$ C(2, 2 , 2) et $I(0,1,-1)$.

1°) a) Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan (P) contenant les trois points *A*, *B* et *C*.

2°) Soit Q le plan d'équation : $x + y - 3z + 2 = 0$ et (*Q*') le plan du repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$.

a) Pourquoi les plans (*Q*) et (*Q*') sont – t – il sécantes ?

b) Donner un point *E* et un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite d'intersection (*D*) des plans (*Q*) et (*Q*').

EXERCICE N°7 : 20' 5 points

ABCDEFGH un cube d'arêtes 1.

On désigne par *I*, *J* et *K* sont les milieux respectifs des arêtes [*BC*], [*AE*] et [*DC*].

On munit alors l'espace du repère orthonormée direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ orienté par celui-ci.

1°) a) Vérifier que *I* a pour coordonnées $\left(1, \frac{1}{2}, 0\right)$ et que *K* a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}, 1, 0\right)$.

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{GI} \wedge \overrightarrow{GK}$.

c) Calculer alors le volume de tétraèdre *JGKI*.

2°) a) Montrer que le plan (*GIK*) à pour équation : $2x + 2y - z - 3 = 0$.

b) Montrer que $(CJ): \begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$; $\alpha \in IR$

3°) La droite (*CJ*) coupe le plan (*GIK*) en *H*'.

a) Vérifier que la droite (*CJ*) est perpendiculaire au plan (*GIK*).

b) Déterminer les deux points de (*CJ*) dont la distance au plan (*GIK*) est égale à 1.

4°) Montrer qu'il existe deux sphères de rayon 1 tangentes au plan (*GIK*) en *H*'.

Qarray.tn Aqra Blech- Qarray.tn Aqra Blech- Qarray.tn